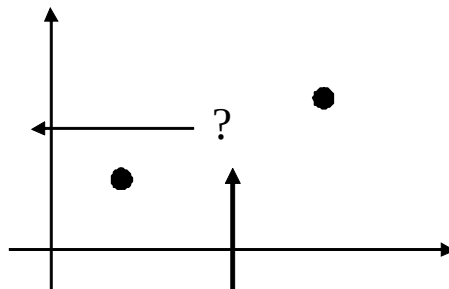


ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

Приближенное вычисление
значения функции

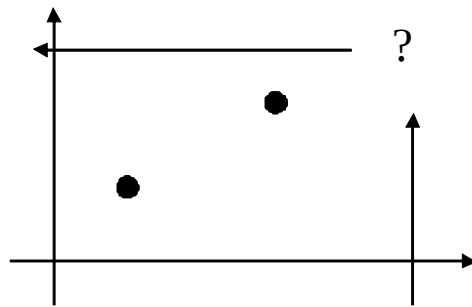
Интерполяция

- **Интерполяция** – нахождение промежуточных значений; вычисление значения функции между известными точками
 - лат. *inter-* (между) + *polare* (полировать, делать гладким) = «разгладить»



Экстраполяция

- **Экстраполяция** – вычисление значений за пределами известного
 - лат. extra (из-, наружу, вне) + polare (полировать, делать гладким) = «разгладить и продолжить дальше, наружу, вовне»

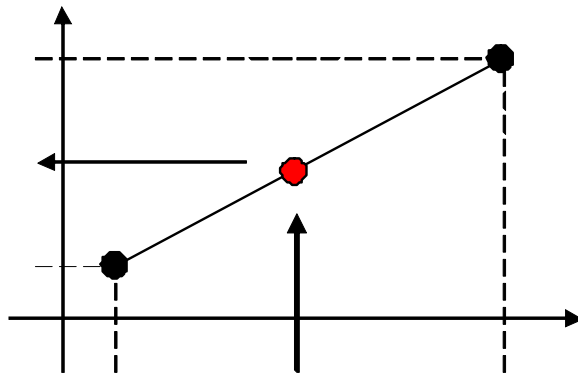


Линейная интерполяция

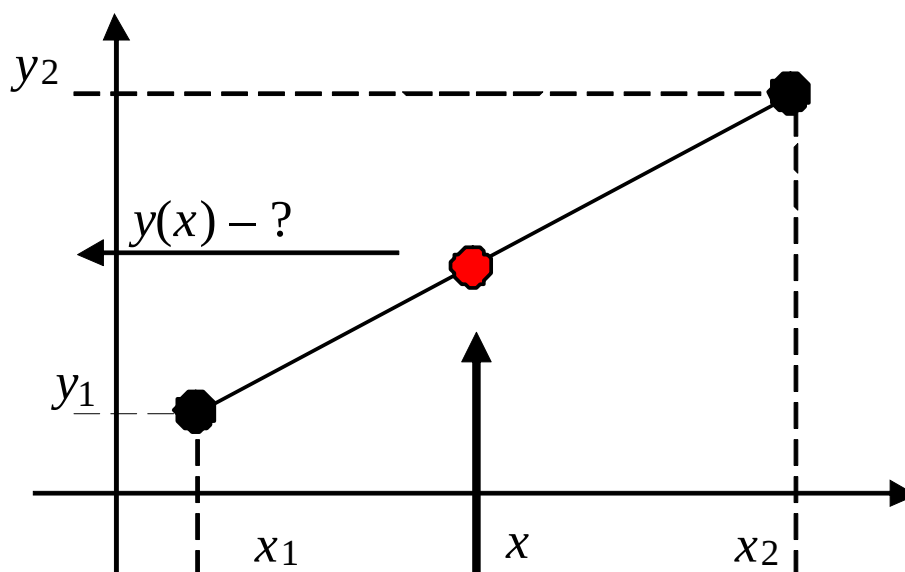
Прямая линия
Уравнение 1 порядка
«Икс» в первой степени

Линейная интерполяция

- Прямая линия между «узлами» (известными значениями)



$$y(x) = ?$$



Линейная интерполяция

$$y(x) = y_1 + (x - x_1) \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Задача

- Построить таблицу, график и вычислить $y(x)$ с помощью линейной интерполяции

$$X_1 = 10 \quad Y_1 = 20$$

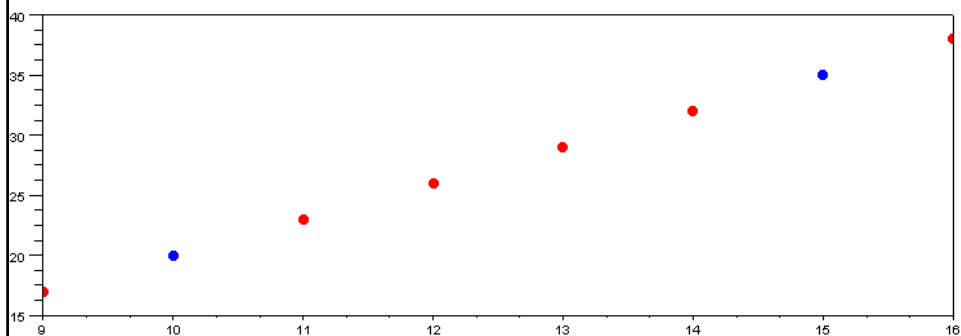
$$X_2 = 15 \quad Y_2 = 35$$

$$X = 12 \quad Y(x) = ?$$

SciLab

```
x=[10 15];  
y=[20 35];  
y1=interp1n([x;y],12)  
    y1 =      26.  
xx=9:16  
    xx =  9.  10.  11.  12.  13.  14.  15.  16.  
yy=interp1n([x;y],xx)  
    yy = 17.  20.  23.  26.  29.  32.  35.  38.  
plot(xx,yy, '.r',x,y, '.b')
```

`plot(xx,yy, '.r',x,y, '.b')`

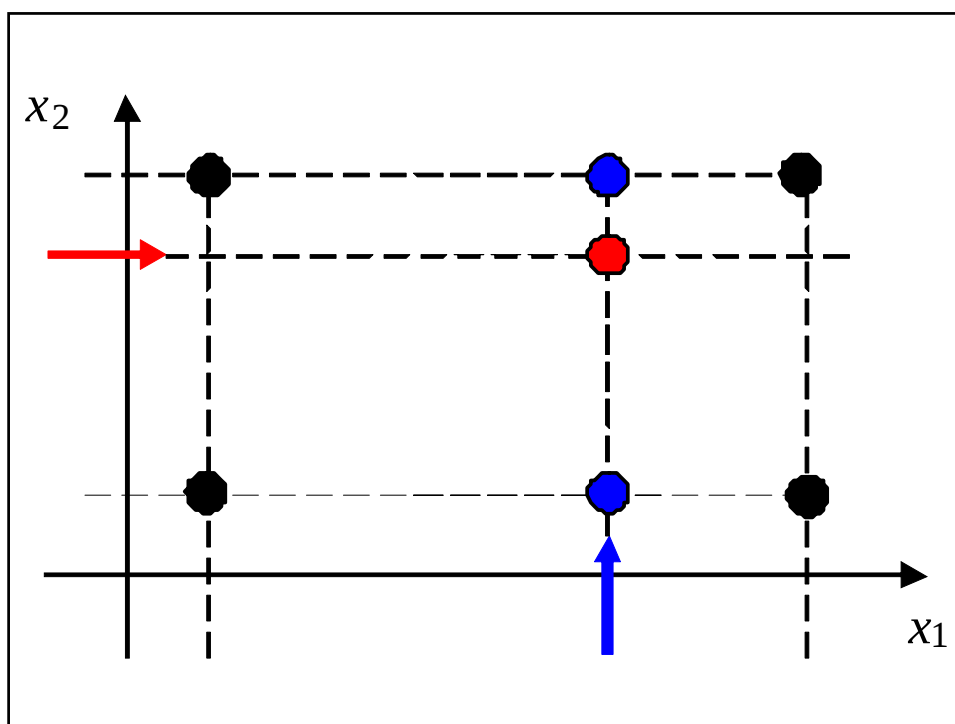


Билинейная интерполяция

«Би» = 2

Билинейная интерполяция

- Интерполяция функции по двум переменным
 - Сначала линейная интерполяция по одной переменной, затем по другой
 - Три шага интерполяции
 - Переменные в любом порядке
 - Четыре узла НЕ ОБЯЗАТЕЛЬНО лежат на одной плоскости



$$f(x_1=12; x_2=28) - ?$$

x_2 x_1	20	30
10	20	25
15	45	60

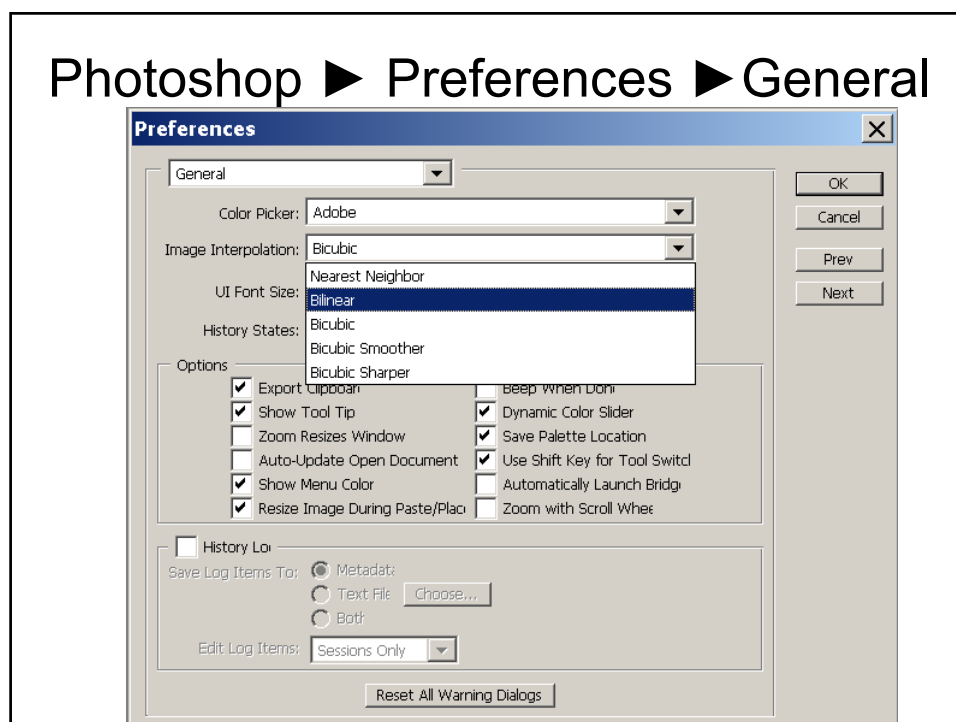
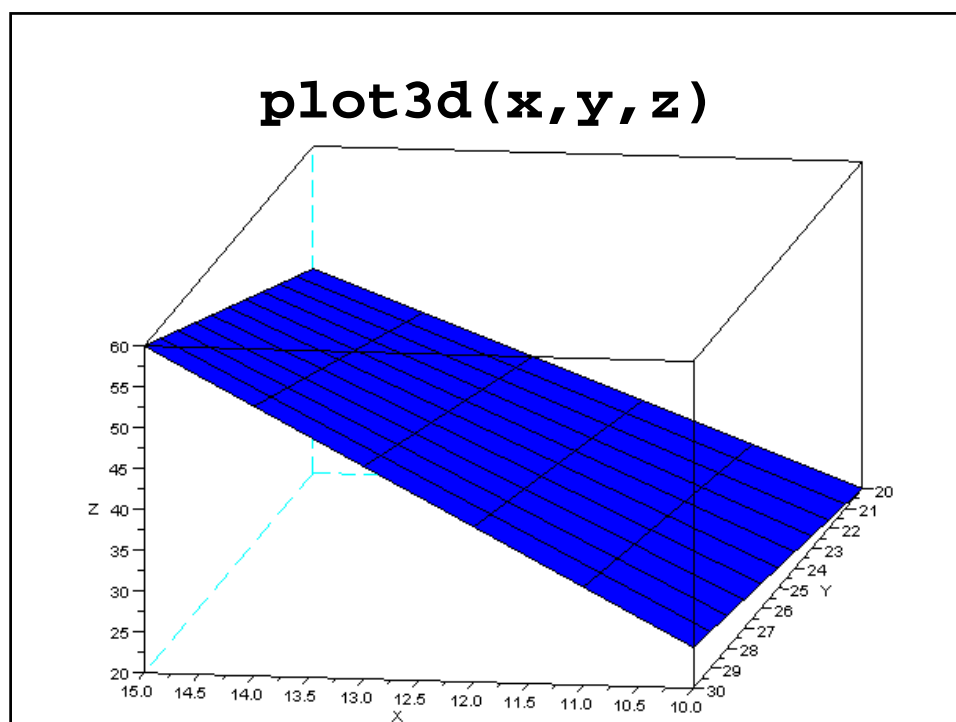
interp1n([x1 x2; y1 y2], x)

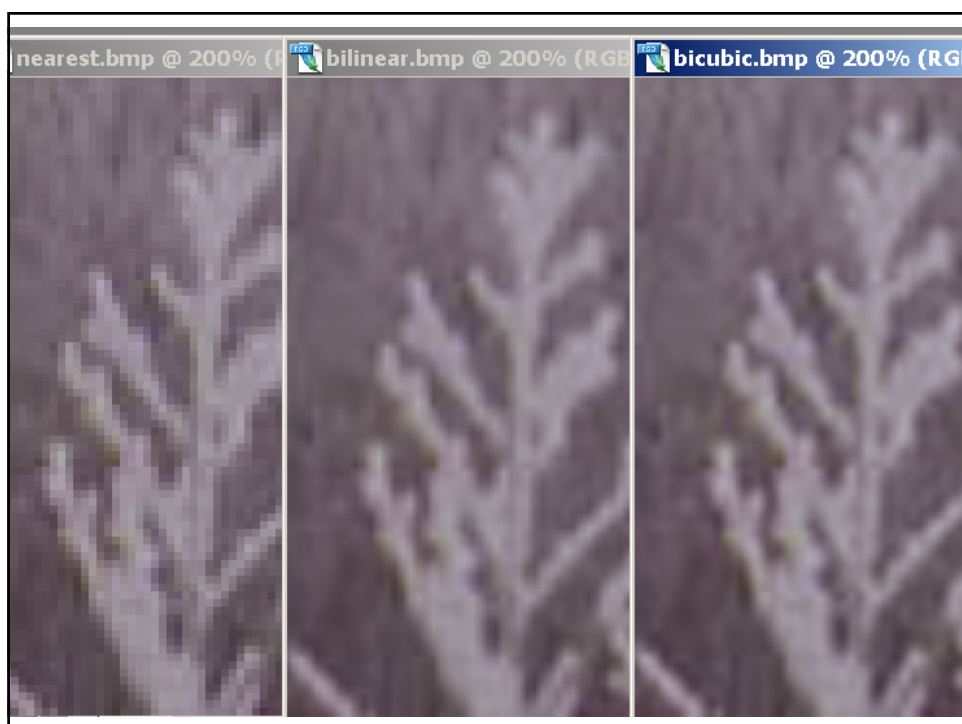
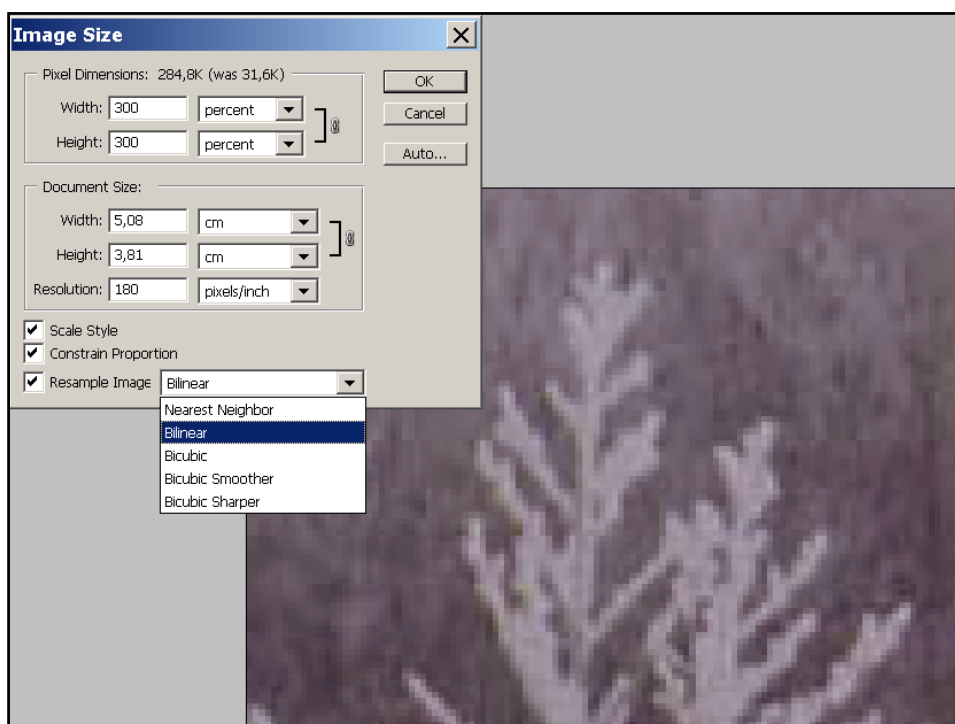
```
-->interp1n([10 15; 20 45], 12)
ans = 30.
-->interp1n([10 15; 25 60], 12)
ans = 39.
-->interp1n([20 30; 30 39], 28)
ans = 37.2
-->interp1n([20 30; 20 25], 28)
ans = 24.
-->interp1n([20 30; 45 60], 28)
ans = 57.
-->interp1n([10 15; 24 57], 12)
ans = 37.2
```

linear_interp1n

- Многомерная линейная интерполяция

```
linear_interp1n(12, 28, [10 15],
[20 30], [20 25; 45 60])
ans = 37.2
```







Полиномиальная интерполяция

Полиномиальная интерполяция

- **Полином**

- лат. *poly*- (много) + *poten* (имя) =
многочлен

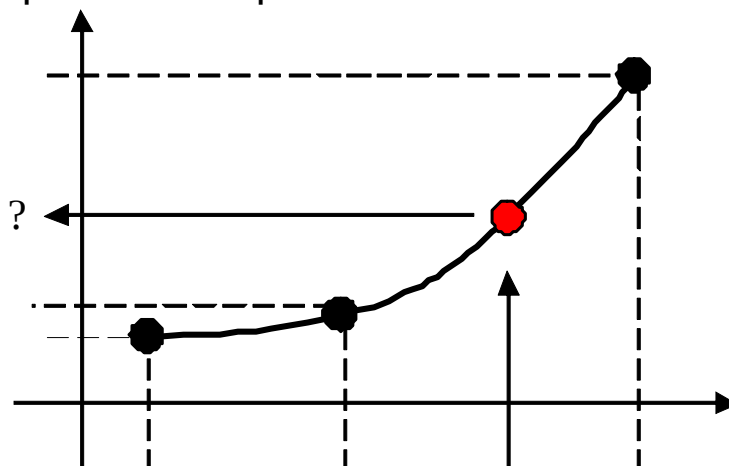
- Число узловых точек равно числу коэффициентов

- «Точное» решение

- Кривая проходит через все узловые точки, если число коэффициентов равно числу точек

Парабола

- Парабола по трем известным точкам



Парабола

$$\begin{cases} ax_1^2 + bx_1 + c = y_1 \\ ax_2^2 + bx_2 + c = y_2 \\ ax_3^2 + bx_3 + c = y_3 \end{cases}$$

Задача

- Построить график и вычислить $y(x)$ с помощью интерполяции параболой

$$X_1 = 5 \quad Y_1 = 10$$

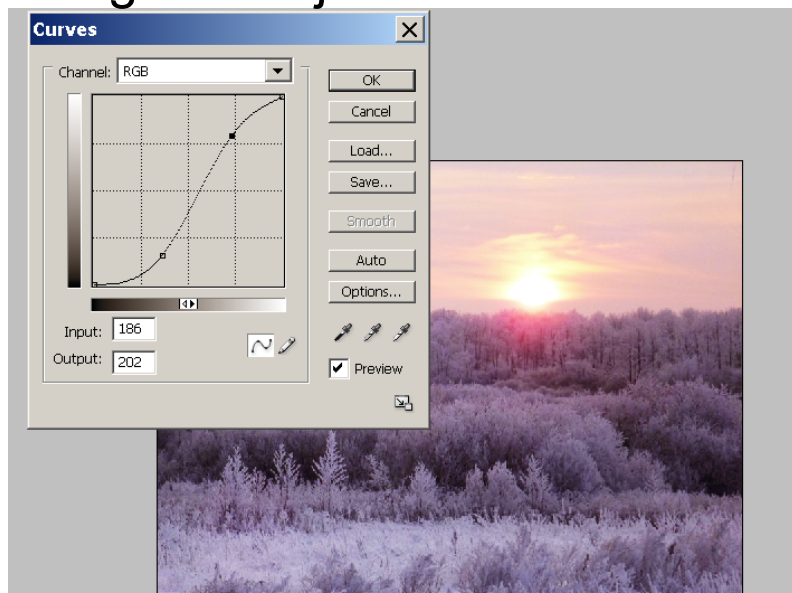
$$X_2 = 10 \quad Y_2 = 20$$

$$X_3 = 15 \quad Y_3 = 35$$

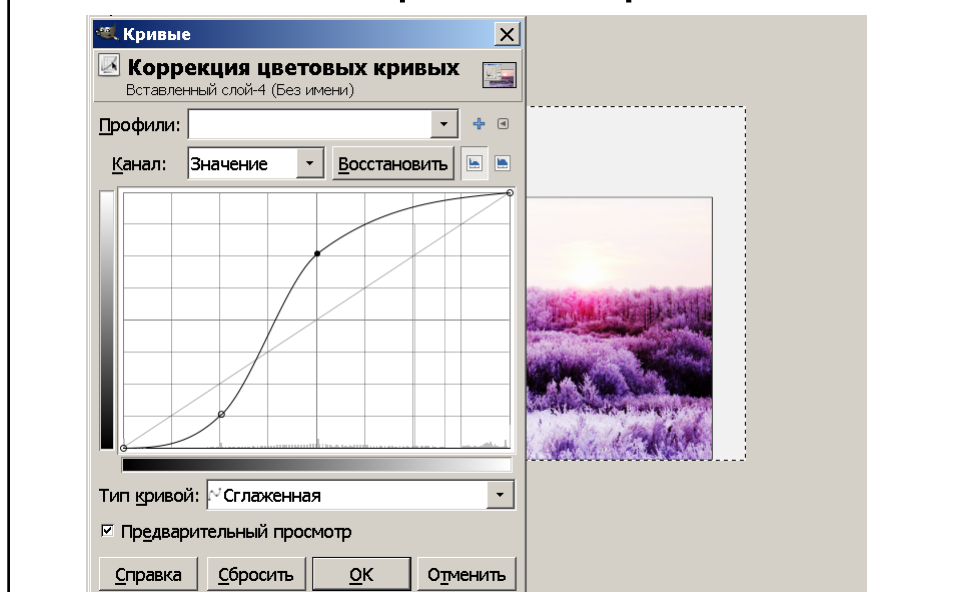
$$X = 12$$

$$Y(x) = ?$$

Adobe Photoshop: Image ► Adjustment ► Curves

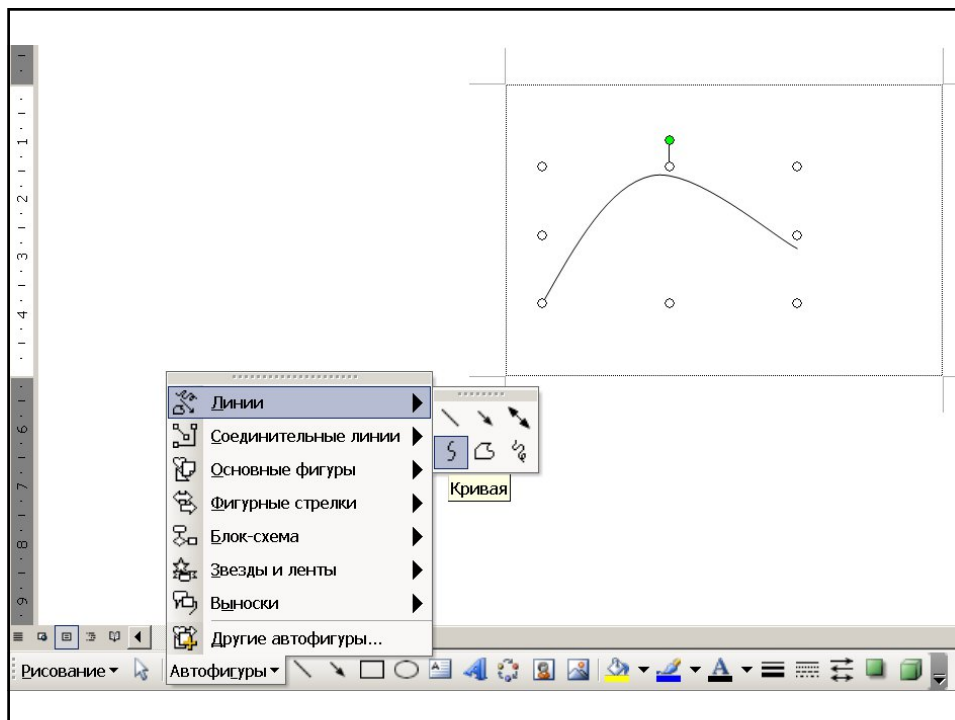


GIMP: Цвет ► Кривые



MS Office: Рисование кривой

- На панели инструментов Рисование нажмите кнопку Автофигуры, выберите команду Линии, а затем щелкните значок Кривая .
- Щелкните в том месте, где кривая должна начинаться, после чего перемещайте указатель, щелкая в тех точках, в которых должны быть перегибы.
- Чтобы завершить рисование кривой, дважды щелкните в любое время.



Сплайны

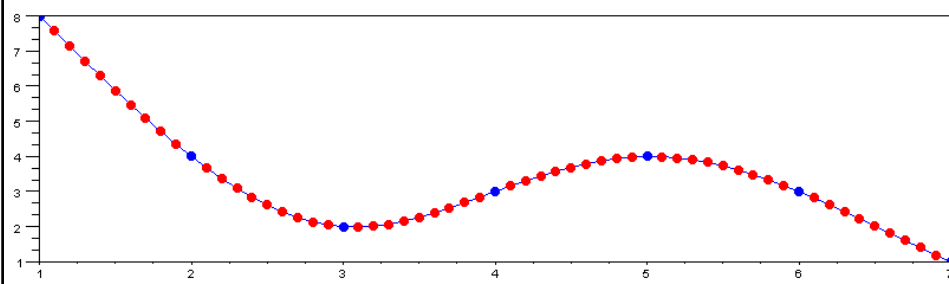
Сплайн-функции

- Гладкая кусочно-полиномиальная (кусочно-многочленная) функция
 - **англ.** *spline* — планка, рейка, полоска
 - шплинт
 - Чертежное приспособление для рисования гладких кривых: гибкая стальная линейка, зафиксированная в узловых точках.
- Линия проходит через все узлы
- В точках стыка полиномов наклон линий совпадает (производная непрерывна)
- Часто используют кубические сплайны

```

x=1:7
y=[8 4 2 3 4 3 1]
d = splin(x,y)
xx=(1:0.1:7)';
yy = interp(xx,x,y,d);
clf()
plot(xx,yy,xx,yy, '.r',x,y, '.b')

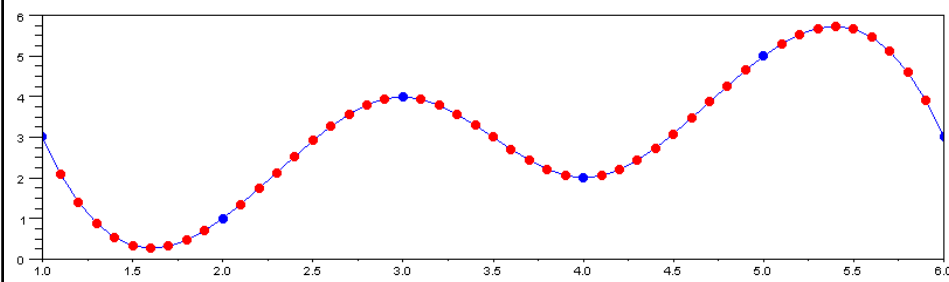
```



```

x=1:6
y=[3 1 4 2 5 3]
d = splin(x,y)
xx=(1:0.1:6)';
yy = interp(xx,x,y,d);
clf()
plot(xx,yy,xx,yy, '.r',x,y, '.b')

```



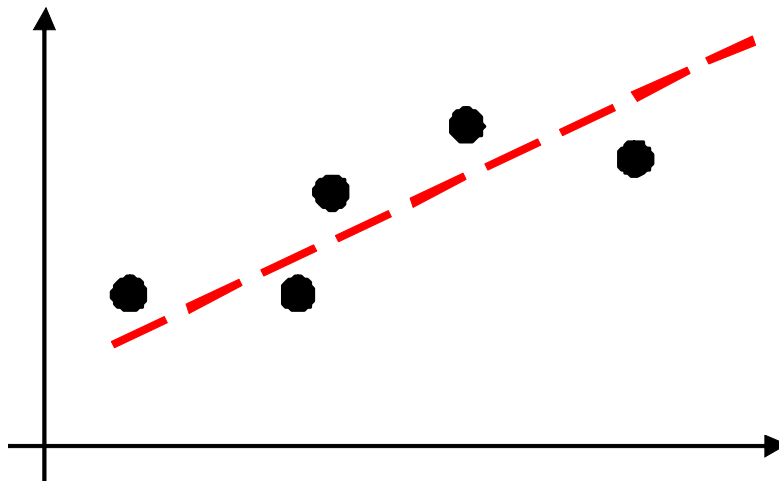
Аппроксимация

«Подгонка» уравнения

Аппроксимация

- Приближенное, упрощенное описание зависимости
 - **англ.** *approximate* – приблизительный
 - **лат.** *ad-* (движение в направлении к) + *proximus* (самый близкий) = «приближение»
- Построение уравнения линии по точкам В СРЕДНЕМ
- Линия НЕ ОБЯЗАТЕЛЬНО проходит через точки

Линейная аппроксимация



Расчетные соотношения

- Исходные данные – координаты точек:
 n пар чисел $\{x, y\}$
- Требуется найти параметры уравнения

$$y = a + bx$$

$$\begin{cases} an + b\sum x = \sum y \\ a\sum x + b\sum x^2 = \sum yx \end{cases}$$

Задача

Построить линейное уравнение и нанести
линию на график

X Y

1 6

2 6

3 10

4 10

Вычислить значение функции в точке $x = 2,5$

Вычисления

N	X	Y	X^2	YX
сумма				

```

x=(1:4) '
y=[6 6 10 10] '
a=[ones(x) x]\y
a = 4. 1.6
xx=[0;5]
plot(x,y,'.',xx,[ones(xx) xx]*a)

```

